

UNE INVITATION AU PROBLÈME OUVERT

N.B. : On retrouve ici les éléments de la chronique sur l'animation du problème ouvert de la revue Instantanés mathématiques. Cette chronique est rédigée par **Joane Allard, René Brassard, Renée Caron, Diane Germain, Lise Laurence, Marie-Claude Matteau, membres du comité de production Mathémathlon.**

Instantanés mathématiques, volume XXXIII, numéro 1, août-septembre-octobre 1996

Vivre un problème ouvert en classe, c'est nouveau, innovateur, stimulant et un peu insécurisant. Il ne faut pas hésiter à essayer, se tromper, expérimenter à nouveau, se questionner...

Suite à l'expérimentation du problème ouvert, plusieurs questions surgissent :

- En tant qu'enseignante, à quel moment dois-je intervenir ?
- Comment gérer le travail d'équipe lorsque les pistes de recherche sont divergentes ?
- Comment susciter l'apprentissage de la mathématique à l'intérieur d'un problème ouvert ?
- Que doit-on sélectionner lors de la synthèse finale ?

Chaque article expliquera une étape de la démarche d'un problème ouvert ainsi que sa gestion de classe. Des exemples tirés des communications reçues lors du Mathémathlon 1995-96 seront également présentés.

Les thèmes abordés dans cette chronique :

1. L'amorce

- Comment présenter le problème ouvert ?
- Quels types de manipulations sont appropriés ?
- Comment gérer les pistes d'exploration ?
- ...

2. L'expérimentation

- Quel est le rôle de l'enseignante ?
- Comment gérer le travail d'équipe ?
- Quand doit-on faire des mises au point collectives ?
- ...

3. La rigueur mathématique

- Doit-on corriger les erreurs mathématiques ?
- Comment amener les élèves à utiliser un vocabulaire mathématique riche ?
- Comment susciter la mathématique ?
- ...

4. La synthèse

- Que doit-on sélectionner ?
- La synthèse doit-elle présenter la recherche de toutes les équipes ?
- Comment choisir le médium approprié ?
- ...

**Instantanés mathématiques, volume XXXIII, numéro 2,
novembre-décembre-janvier 1997**

L'amorce ou l'appropriation

Par quoi commencer ? Comment choisir ? Qui doit choisir ? Comment présenter le problème aux élèves ? Comment gérer les pistes ?

Des questions, trop de questions et beaucoup d'inconnues pour proposer le problème ouvert aux élèves, sans ressentir une pointe d'insécurité. Qu'à cela ne tienne, voici quelques pistes pour contrer l'anxiété.

Le choix du problème

L'enseignante ou l'enseignant a sa banque de problèmes. Elle ou il en a fait une première lecture, jeté un coup d'oeil sur les pistes qui accompagnent chaque problème. Ensuite... on a présenté l'ensemble des problèmes aux élèves et on leur a fait choisir le problème à solutionner... C'est bien beau tout cela!

Vous n'êtes pas à l'aise en laissant les élèves choisir ? Allez-y de façon progressive. Faites le choix vous-mêmes. Choisissez un problème en tenant compte d'objectifs précis. Faites choisir une équipe. Faites choisir un élève. Finalement, faites choisir le groupe.

On a expérimenté le fait de laisser choisir le problème par les élèves. Lorsqu'on leur demande de justifier leur choix, on apprend que le matériel (calculatrice, dés...) proposé par l'énoncé a une influence; que la supposée facilité (Patrimoine) transmise à la lecture du problème joue d'influence, qu'une relation d'affectivité peut jouer entre le problème et les élèves (on l'aime, parce que...) et a suffisamment de poids pour justifier le choix. Allez savoir! Ces critères sont très peu mathématiques. Rarement, le contenu mathématique aura une influence sur le choix des élèves.

En cette année, entre deux Mathémathlons, pourquoi ne pas expérimenter diverses façons de choisir et de présenter les problèmes aux élèves ? Ainsi, vous pourrez juger de ce qui répond le mieux à votre pratique, à vos croyances et à l'atteinte de vos objectifs en résolution de problèmes.

À qui appartient réellement le choix ? À celui qui décide d'entreprendre l'exploration d'un problème. Si vous vous laissez guider par les pistes des élèves, vous constaterez que vous atteignez des objectifs auxquels vous aviez pensé dont plusieurs de formation générale, mais aussi vous en atteindrez d'autres que vous n'aurez pas soupçonnés. Les pistes énoncées par le élèves tiennent compte de leurs connaissances antérieures. L'expérimentation les mènera vers l'acquisition de nouvelles connaissances ou encore vers l'approfondissement ou l'enrichissement de connaissances acquises précédemment.

Ensuite...

Le problème est choisi, on a fait une lecture, comment poursuivre ? Le rôle de l'enseignante et de l'enseignant est très important. Elle ou il doit guider sans suggérer ou imposer. Le questionnement est important, il faut savoir ce que les élèves connaissent de la situation.

Qu'est-ce que cela vous dit ?
À quoi cela vous fait-il penser ?

Avez-vous déjà rencontré un problème semblable ?
Comprenez-vous tous les mots ?
Quels sont les mots mathématiques ? Que veulent-ils dire ?
La situation est-elle familière ? Avez-vous déjà vécu quelque chose de semblable ?
Avez-vous déjà solutionné un problème semblable ?

Ces questions ont toutes leur importance pour assurer une compréhension commune du problème et de chacun des mots qui le composent.

Quelques anecdotes

Dans une classe où l'on a présenté le problème des grilles, on a demandé d'expliquer ou de donner un exemple de grilles. Les élèves ont associé la grille à la clôture "Frost". Il est vrai que le dessin de cette clôture rappelle un treillis de losanges. Il n'y eut qu'un pas à faire pour passer de la clôture à l'activité mathématique.

Certains mots bien mathématiques le sont moins dans la tête des élèves. Ainsi, dans le problème "Des boîtes, des boîtes, des boîtes..." on propose d'ordonner les boîtes. Les élèves ont dû faire comprendre à l'animatrice que lorsque tu prêtes quelque chose à quelqu'un, il doit te l'"or" donner. Une mise au point a été nécessaire avant de poursuivre la recherche des pistes d'exploration possibles.

D'autres questions peuvent permettre aux élèves de se situer face à un problème.

Avez-vous solutionné ce genre de problème l'an dernier ?
Si oui, qu'avez-vous fait ?
Qu'avez-vous retenu ? Qu'avez-vous appris ?
Croyez-vous que l'on peut encore faire des découvertes en le travaillant ?
Y a-t-il des pistes nouvelles à explorer ?

Lorsqu'une compréhension commune de l'énoncé est faite, on dressera la liste des idées au tableau ou sur un grand carton. L'avantage du grand carton sera de pouvoir le déplacer, de biffer ce qui n'a plus d'intérêts, de faire des ajouts... C'est un aide-mémoire non-négligeable. Cette liste d'idées doit être établie sans censure. On tentera par la suite de regrouper les idées et de faire un tri en tenant compte de la richesse des pistes et des concepts mathématiques que ces pistes peuvent évoquer.

C'est un moment important dans la vie des élèves. Ils doivent juger de la valeur des pistes émises en tenant compte de critères tels que la présence de la mathématique, la variété et la richesse des pistes offertes...

Cette phase permet d'avoir une vision élargie de la mathématique qui souvent dépasse le contenu des manuels scolaires. Avec le problème "Inusité" qui était traité dans une classe, le groupe avait retenu le chien comme objet. Ce qui les a amenés à comparer le coût des nourritures et des accessoires pour chien. Les élèves ont fait remarquer à l'animatrice qu'ils ne faisaient pas de mathématique. Une réflexion du genre permet de rajuster les visions et de faire ressortir l'activité mathématique dans le quotidien.

Premier pas

La tempête d'idées est l'activité privilégiée pour aborder le problème ouvert. Toutefois, dans certains cas, une première expérimentation est nécessaire avant de commencer la tempête d'idées ou de formuler des questions de recherche. Ainsi, dans la banque de problèmes d'entraînement, les problèmes " Soustraire avec la calculatrice " et " Diviser avec la calculatrice " avaient grand avantage à être explorés d'abord avec la calculatrice. Par la suite on pouvait faire une liste de pistes ou encore formuler quelques sujets de recherches possibles.

Cette première exploitation exige que l'enseignante ou l'enseignant suggère aux élèves de faire quelques activités sur la calculatrice. Dans le cas des énoncés avec la calculatrice, on a dû demander aux élèves d'observer l'afficheur de leur calculatrice en faisant $3 \div 9$. On leur a demandé de vérifier ce qui arriverait pour $3 \div 9$. Cette forme de manipulation a pour but de susciter l'intérêt et de faire tomber certains préjugés vis-à-vis de la mathématique.

L'enseignante et l'enseignant doivent être prêts à accepter de ne pas avoir les réponses, à aller questionner les experts et les collègues, parfois les manuels. Le but de cette phase est de susciter la recherche, la véritable, celle où les questions priment sur les réponses. On termine cette période en choisissant un ensemble de pistes pour l'expérimentation. On distribue les tâches et on précise les mandats. On tente aussi, à cette étape, de formuler des questions. C'est à ce moment que l'on constitue les équipes pour poursuivre le travail.

Il va s'en dire qu'à l'amorce ou l'appropriation du problème ouvert la participation de toutes et tous les élèves de la classe est nécessaire. Chacune et chacun sont invités à émettre leurs idées, à faire part de leurs connaissances. Ainsi, cette étape se vit collectivement.

À propos du matériel

Le cahier d'entraînement suggère du matériel. Toutefois, si vous ne le possédez pas ou encore si les élèves ne le connaissent pas ou n'en font pas mention au moment de l'amorce, il n'est pas nécessaire de "virer mer et monde" pour se le procurer à ce moment. Par exemple, le problème sur les dés se réalise très bien avec des dés à six faces. Les dés à huit, dix ou douze faces ne sont là qu'à titre indicatif et pourraient dans un deuxième temps permettre de comparer des données ou d'entreprendre une autre activité. Il ne faut pas perdre de vue qu'un énoncé peut donner lieu à plusieurs activités mathématiques différentes poursuivant des objectifs mathématiques différents mais ce n'est pas l'objet de cet article.

Le droit à l'abandon

Si on s'aperçoit que le problème n'est pas aussi riche que prévu ou que les élèves ont émis peu d'idées et démontrent peu d'intérêt, on doit se donner le droit d'abandonner. Le travail fait n'est pas perdu et, qui sait, peut-être le reprendrez-vous avec plus d'enthousiasme dans un autre temps.

Durée approximative et bien relative

La phase d'amorce ou d'appropriation du problème peut avoir une durée fort variable. Selon l'abondance des idées, des pistes et des suggestions émises par les élèves, la période de regroupement des pistes en sera affectée. De plus, l'analyse de ces pistes en vue de connaître leur richesse et leur variété du point de vue mathématique en dépendra tout autant. La formulation de

questions, l'élaboration des tâches et l'établissement des mandats des équipes en découlent bien évidemment.

L'amorce est une période d'échauffement qui sera riche de sens : sens de l'énoncé, sens des mots. Cette période est aussi garante de la poursuite des activités et de la richesse des étapes qui suivent.

**Instantanés mathématiques, volume XXXIII, numéro 3,
février-mars-avril 1997**

L'expérimentation

Pour mieux exprimer notre propos, nous laissons la plume à Marie-Lise qui s'est donné le défi d'expérimenter le problème suivant :

Des lignes droites se croisent sur une feuille. Qu'observes-tu ?

L'amorce du problème s'est bien déroulée. Des pistes de travail ont été lancées, les équipes sont formées et chacune et chacun connaissent le rôle et le mandat qui leur sont assignés. Nous sommes donc prêts pour l'expérimentation. Je pars pour l'aventure et l'inconnu.

C'est à cette étape du problème que les équipes entreprendront un processus de recherche à partir des questions et des pistes retenues permettant, du moins, je le crois, une exploitation intéressante du problème.

Tous les éléments sont en place. Je me rends compte que je devrai modifier ma gestion de classe pour ces activités. De plus, je sais qu'il sera probablement impossible de répondre à toutes les interrogations des élèves.

Les équipes se mettent au boulot et je circule dans la classe en observant les activités de chacune. Les échanges musclés de l'équipe de Jean-Félix attirent mon attention. Cette équipe de garçons s'intéresse, entre autre, à l'étude des réseaux : "Est-ce que les réseaux ayant un même nombre de sommets ont des caractéristiques communes ? Est-ce qu'on peut observer des régularités dans cet ensemble de réseaux ? ". Je m'assieds avec eux et par des questions, je tente de faire ressortir ce qu'ils savent à propos des réseaux. Ceci devrait leur permettre d'enrichir leurs échanges, de préciser le vocabulaire mathématique, de structurer leurs recherches et de mieux organiser leur collecte de données. À l'aide de cette mise au point, je m'assure que leur travail ne sera pas orienté vers une simple application de connaissances mais plutôt vers un approfondissement voire même la découverte de connaissances. En effet, il est facile d'en rester au simple fait d'énumérer le nombre et le type de sommets, le nombre de segments et d'autres informations semblables sans établir de liens entre ces données.

En poursuivant mon observation dans la classe, je m'aperçois qu'une autre équipe n'est pas réellement centrée sur la tâche qu'elle s'était donnée. Ces élèves ne trouvent pas vraiment d'intérêt à leur exploration et leurs recherches piétinent. Je vérifie la portée de leur question : Est-elle tellement vaste qu'ils ne voient plus sur quoi diriger leurs recherches ? Si oui, nous précisons davantage les limites du sujet exploré. Se sont-ils donnés des moyens de travail adéquats et réalistes ? Une toute autre question les motiverait peut-être davantage ? Mon rôle consiste à leur proposer des défis à leur mesure afin de les motiver à réaliser la tâche en lien avec le problème de départ. À la limite, j'accepterai que, cette fois-ci, quelques élèves ne s'engagent pas réellement dans ce problème.

Avant de m'engager dans cette démarche, j'avais fait un travail de dépistage. Cela me semblait primordial de prendre du recul face à mon manuel et de revoir le programme de façon dépouillée. Pendant les séances de travail, j'identifie les objectifs mathématiques abordés par les équipes et je prévois traiter les plus importants avec tous les élèves dans une activité de retour collectif. Je relève les erreurs mathématiques au fur et à mesure qu'elles se présentent. S'il y a lieu, j'organise une

clinique s'adressant à tout le groupe sur un sujet d'intérêt collectif ou sur un sujet pouvant causer un problème et entraver la poursuite de leurs recherches.

Au cours des périodes de travail, je réalise que les expériences de deux équipes semblent converger vers les mêmes résultats. Je propose alors qu'elles se rencontrent afin d'échanger et de poursuivre leurs recherches ensemble. J'aide ensuite l'équipe d'Alexia à structurer sa collecte de données à l'aide de tableaux, de diagrammes ou de schémas organisateurs afin de faciliter l'observation.

Après des périodes de travail, je fais une mise au point collective. Il est nécessaire de situer à nouveau le mandat donné, de revenir à la question de départ pour vérifier si on est réellement en train d'y répondre, de s'assurer qu'on est bien en processus d'apprentissage et, ainsi, de valider nos choix compte tenu des questions et des pistes de départ.

La dernière phase d'exploration est terminée. Quand les équipes sont prêtes, elles notent fièrement sur des panneaux d'affichage les résultats de leur travail et leurs nombreuses découvertes. L'affichage favorisera la mise en commun des observations entre les équipes. J'avais l'intention de demander à chaque équipe de présenter le résultat de leur travail mais j'entrevois déjà une période longue et pénible qui pourrait entraîner une perte d'intérêt. J'opte donc pour une séance de "magasinage" entre les équipes afin de permettre à chacun d'expliquer et de partager sa démarche et, ainsi, de mieux structurer sa pensée mathématique. Sachant qu'ils auront à élaborer une communication de groupe, les élèves sont invités à sélectionner les informations qu'ils croient les plus pertinentes, celles qui représentent le mieux le travail fait en classe, celles qui répondent le mieux à la question.

Quelle aventure valorisante cette expérimentation! J'ai appris à faire davantage confiance aux élèves et je constate qu'ils ont beaucoup plus d'habiletés et de connaissances que je ne le soupçonnais. Certains élèves que je croyais en difficulté ont manifesté des compétences inattendues. Par ailleurs, d'autres élèves qui avaient l'habitude d'accomplir facilement les tâches demandées ont été déstabilisés, ébranlés et ont mis plus de temps à comprendre la démarche.

Intégré à ma planification d'enseignement, ce type de problème m'a permis d'amener les élèves à voir la mathématique comme quelque chose qui s'explique. Je sais pertinemment que tous les élèves n'ont pas fait les mêmes apprentissages puisque les pistes étaient diversifiées et que leur engagement s'est fait à divers degrés. Toutefois, je suis consciente de la richesse des idées émises et que les arguments apportés lors des nombreux échanges par équipe ou collectifs ont fait progresser mes élèves parfois dans le sens du programme, parfois dans d'autres directions.

Que me réserve maintenant l'étape de synthèse ?

**Instantanés mathématiques, volume XXXIII, numéro 4,
mai-juin-juillet 1997**

La synthèse et la communication

La synthèse

Qu'est-ce qu'une bonne synthèse et comment l'animer ?

La synthèse consiste à créer un ensemble cohérent avec les productions des différentes équipes. Depuis le début du problème, nous avons essayé d'ouvrir le plus possible, de diversifier les pistes de travail et d'élargir les champs de recherche. Ainsi à l'amorce, nous avons effectué un travail de fragmentation pour mieux analyser, pour mieux comprendre et pour ouvrir sur des pistes différentes. À la synthèse, il est maintenant temps de reconstituer ce que l'analyse a défait et de faire un tout.

Nous devons donc d'abord prendre du recul avec ce qui a été vécu. Nous devons amener les élèves à prendre une distance au regard de leur recherche et les amener à se détacher de leur production. Notre rôle consiste à leur permettre de porter un regard critique sur l'ensemble des productions et sur le processus qui les a produites. Dorénavant, nous ne parlons plus des résultats d'une équipe, mais plutôt des découvertes de la classe. L'adhésion et la contribution de chacun sont nécessaires pour interpréter les résultats, analyser le déroulement du travail accompli et pour dégager l'essentiel de ce que nous voulons conserver. Nous devons essayer de faire un tout pour tirer des conclusions et peut-être même des lois et des principes.

La synthèse nous amène alors à cerner les découvertes mathématiques, à évaluer notre processus pour départager les stratégies qui se sont avérées les plus efficaces. Enfin elle doit permettre de faire le point affectivement pour estimer et apprécier le chemin parcouru.

C'est aussi l'occasion de retourner au programme pour faire des liens et des transferts, pour organiser nos connaissances en schéma et pour faire le point sur les objectifs de formation générale. Le travail ne doit pas prendre la forme d'une juxtaposition de résultats. Les élèves doivent tirer des conclusions.

Comment en arriver là ?

En questionnant. En aidant les élèves à interpréter les expériences qu'ils ont vécues et comment ils les ont vécues. Voici quelques pistes qui peuvent nous aider à faire cheminer les élèves.

Connaissances

Quelles découvertes avez-vous faites ? Qu'est-ce que vous avez appris ? Quels sont les termes mathématiques que nous connaissons mieux maintenant ? Qu'est-ce que vous avez appris de nouveau ? Qu'est-ce que vous reprenez ? Quels liens faites-vous avec ce que nous faisons habituellement en mathématique ? Comment utiliserez-vous ce que vous avez appris ? Quelles connaissances mathématiques sont plus claires pour vous ? Qu'est-ce que vous saviez déjà et que vous avez utilisé autrement ?

Savoir-faire

Quelles stratégies ont été les plus efficaces ? Qu'est-ce qui vous a aidé ? Quels sont les outils qui vous ont servi ? La prochaine fois, qu'est-ce que vous ferez différemment ? Est-ce que vos stratégies ont changé en cours de travail ?

Savoir-être

Que-ce que vous avez aimé ? Comment vous sentiez-vous dans votre équipe ? Êtes-vous fiers de votre travail ?

Le questionnement est orienté pour faire ressortir la richesse des contenus mathématiques et l'efficacité des savoir-faire de la classe. Le retour comprend l'analyse des essais, des erreurs des difficultés dans un but formatif et critique. Si c'était à refaire, comment pourrions-nous... Quand nous cherchons comme cela, ne serions-nous pas un peu mathématiciennes, mathématiciens ?

La communication

Nous avons aidé les élèves à tirer des conclusions, nous pouvons alors engager le processus de communication. Dans ce que nous avons fait, dans ce que nous avons découvert, qu'est-ce que nous voulons partager ? Qu'est-ce que nous voulons dire ? La communication ne contiendra pas tous les éléments abordés lors de la synthèse. Nous n'avons pas nécessairement à communiquer les stratégies inefficaces et les problèmes que nous avons vécus. Le processus est le même pour toute communication : quoi dire ? À qui ? Comment ? La contribution de tous les élèves est demandée pour enrichir le travail accompli.

Quoi ? Nos découvertes **mathématiques**. Lesquelles ? Est-ce exact ? Utilisons-nous les bons termes ?

À qui ? À une autre classe ? À une personne en particulier ? À un comité ?

Quel médium se prête le mieux à notre message, à notre interlocuteur ?

Comment ? Comment présenter nos résultats ? Un tableau ? Un diagramme ? Avec des procédés mathématiques, un langage mathématique exempt d'erreurs. En évitant les répétitions... C'est le moment d'utiliser la grille d'évaluation des communications comme outil de référence pour vérifier la qualité de notre communication. Nous pouvons reprendre chacun des points de la grille avec les élèves et évaluer ce que l'on a produit.

Quelques exemples à partir de la grille du dernier Mathémathlon :

- Est-ce que notre communication porte sur des relations et des observations mathématiques ?
- Est-ce qu'il y a un lien entre le problème de départ et le point d'arrivée ?
- Est-ce que nos observations et nos réalisations sont variées ?
- Est-ce que nous sommes assez clairs, assez précis ?
- ...

La créativité est de mise.

Instantanés mathématiques, volume XXXIV, numéro 1, août-septembre-octobre 1997

La rigueur

Les mathématiques sont associées - trop d'ailleurs - à la rigueur et cette dernière y a, malgré tout, son utilité. Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à relire les articles déjà publiés dans cette chronique sur l'amorce ou l'appropriation du problème, sur l'expérimentation ainsi que sur la synthèse et la communication. La tentation a même été grande de vous dire tout simplement : "Pour ce qui est de la rigueur, tout est là, il n'y a qu'à relire ces trois articles." Mais, dans un sens, ça aurait été trop facile et trop expéditif parce qu'il y a un "problème" avec la rigueur.

On y a souvent fait appel de façon abusive. On l'a souvent ritualisée et réduite à des démarches stériles où se succédaient une série d'énoncés portant, dans l'ordre, sur le théorème, l'hypothèse, la démonstration et la conclusion avec le fameux C.Q.F.D. (ce qu'il fallait démontrer).

Pour plusieurs d'entre nous, il s'agissait alors de trouver les bons mots et les bonnes phrases à écrire à chaque étape et nous devions compter sur une bonne dose d'intuition pour ne pas faire trop de bêtises.

Cette pratique de la rigueur a été la triste coupable de la majorité des maux qui ont affligé l'enseignement et l'apprentissage de la mathématique de plusieurs générations. Et pourtant, la rigueur n'en est pas moins utile, voire essentielle. Toutefois, elle ne saurait s'acquérir et se pratiquer à l'intérieur d'un cadre rigide car, paradoxalement, son utilisation est affaire d'intuition et c'est ce qui ressort clairement des trois articles dont nous avons déjà parlé.

La première manifestation de la rigueur qui ressort de l'ensemble de ces articles est une préoccupation pour l'organisation de la classe. En effet, si les habitudes de fonctionnement de la classe sont claires et connues, l'élève, particulièrement l'élève qui éprouve des difficultés, comprendra plus rapidement ce qu'il a à faire et avec qui il doit le faire. De plus, on ne fait pas n'importe quoi. On fait des mathématiques. On ne les fait pas n'importe comment. On les fait à partir d'un problème et ce problème, on doit d'abord le choisir et pour le choisir et s'y engager, on doit savoir ce qu'il veut dire.

L'amorce

Une fois engagés sur les pistes d'exploration, il faudra comme nous le rappelle l'article sur l'amorce et l'appropriation, nous demander si ces pistes ont un caractère mathématique. "Est-ce qu'on fait vraiment des mathématiques?" se sont demandés des élèves qui ont travaillé sur le problème "Inusité". Si ces élèves se sont posés cette question, c'est sans doute qu'ils ressentaient un certain malaise, un certain déséquilibre dirait-on en langage piagétien. Comme enseignante et enseignant, nous nous posons aussi cette question devant certains projets d'élèves ou certaines tournures que ces projets prennent.

Parler du coût de la nourriture et des accessoires pour chien avec une certaine marge de liberté semblait peut-être trop près de la vie de tous les jours et trop loin des activités mathématiques habituelles pour ces élèves. Alors, Il fallait mettre des choses au point, clarifier ce qui faisait que cette activité était une activité mathématique.

L'expérimentation

L'expérimentation du problème donne aussi aux élèves des occasions de percevoir et d'identifier les moments où on a besoin de faire preuve de plus de rigueur. L'organisation d'une collecte de données leur donnera l'occasion de spécifier clairement l'information qu'ils veulent obtenir ainsi que les moyens qu'ils devront prendre pour l'obtenir et la consigner avec la précision la plus grande possible. Dans les cas contraires, l'incompréhension des questions par les personnes interrogées et la confusion dans les données recueillies leur feront vite voir l'importance de la rigueur.

En cours d'exploration, il arrive aussi qu'on se laisse entraîner de tangentes en tangentes et le malaise qui avait amené les élèves à se demander s'ils étaient vraiment en train de faire des mathématiques va se manifester par une question du type : "Est-ce que nous travaillons bien sur le problème que nous avons choisi?" Encore une fois, il y aura chez l'élève un sentiment de malaise, celui de ne pas être en train de faire ce qu'on devrait faire.

Évidemment, tous les élèves ne feront pas preuve de la même sensibilité mais il s'agira pour l'enseignante ou l'enseignant de recevoir ces questions de la part de celles et ceux qui les formulent et de faire partager ce souci de vigilance par l'ensemble de la classe. S'il est vrai que l'élève a besoin, pour apprendre, de se sentir en situation de contrôle, d'avoir le sentiment de savoir clairement sur quoi il travaille, cet exercice de la rigueur ne profitera pas seulement aux élèves qui sont capables de la pratiquer mais encore plus à celles et ceux qui éprouvent des difficultés.

Il y aura des moments, d'ailleurs où l'adulte ne devra pas attendre que se manifeste l'inquiétude des élèves pour réagir, ce sera le cas des situations où les élèves s'enfermeront dans une fausse conception ou une application erronée d'un concept mathématique déjà étudié. Si les élèves apprennent généralement de leurs erreurs, il ne faut tout de même pas attendre que les élèves aient perdu un temps précieux qui risque de les conduire à une démotivation à l'égard de leur exploration qui devient tout à coup trop onéreuse.

La rigueur nous aide parfois à ne pas perdre de temps. Nous ne dirons pas que la rigueur aide à sauver du temps parce qu'alors il y aurait ce risque de suggérer implicitement de court-circuiter la démarche des élèves en donnant les réponses, nos réponses avec nos manières d'y arriver et de ce fait, il n'y aurait plus de démarche de résolution de problèmes pour les élèves.

La synthèse et la communication

Dans l'article portant sur la synthèse et la communication, nous rappelons que "la synthèse consiste à créer un ensemble cohérent avec les productions des différentes équipes", Cette synthèse sera souvent l'équivalent au niveau du contenu et de son organisation de ce dont nous avons parlé au début, c'est-à-dire ce format qui avait été ritualisé en une séquence "théorème - hypothèse - démonstration - conclusion".

Mais ici, on présentera probablement les énoncés de façon moins formelle. On dira plutôt : "Voici le problème que nous avons choisi, voici la piste ou les pistes que nous avons explorées, voici l'exploration que nous avons faites, voici la solution ou les solutions auxquelles nous sommes arrivées ainsi que les connaissances mathématiques que nous avons découvertes pendant ce travail."

Et c'est en mettant ceci en ordre qu'on verra si certaines pistes ne se recourent pas, si les solutions auxquelles elles ont mené sont cohérentes ou se contredisent, si la solution ou les solutions sont

solidement reliées au problème de départ, si on a complètement ou partiellement résolu le problème, si les nouvelles connaissances mathématiques découvertes peuvent s'harmoniser avec celles que nous avons déjà.

On devra aussi faire preuve de rigueur dans la présentation des résultats, Est-ce que ce sont bien les résultats obtenus ou ceux que nous voulions obtenir? Est-ce que les moyens que nous avons choisis pour les présenter sont ceux qui rendent mieux nos idées, nos découvertes? Pour cela, il faudra quelquefois que les élèves fassent quelques simulations, qui leur permettront de comparer entre deux ou plusieurs présentations de solutions, et d'identifier celle qui véhicule mieux les recherches et les idées qu'on a à présenter.

En conclusion

Mais cette démarche qui permet de cerner les choses de plus près, de clarifier les concepts, ne s'oppose pas à la créativité. Bien au contraire, il faudra y faire appel pour inciter les élèves à créer une présentation cohérente qui mette en valeur la richesse et la pertinence de leur recherche. Elle ne s'oppose pas non plus à l'intuition comme nous l'avons déjà vu plus haut. Rigueur, créativité et intuition sont toutes des composantes de l'activité mathématique et c'est avec le groupe d'élèves qui est devant nous que doit se faire le dosage qui conduira à l'expérience mathématique collective la plus adéquate.

Pour que ces articles répondent adéquatement à vos besoins, nous vous invitons à nous faire parvenir vos questions, vos commentaires, vos expériences...